全國紙上數學談話會 第16号 十月

43. 幾何學原理ニ於ケル順序ニ就テ.

稻垣 武 (北大)

E.V. Huntington 及ビ K.E. Rosinger 両氏ハ Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences. Vol. 67 (1932) デ „Postulates for separation of point-pairs" ナル題下デ, 点対ノ分割性ニ関スル公準群ヲ論ジ, 互ニ equivalent デアル10組ノ公準群ヲ建設シテ居ル. ソノ内ノ一組ヲ揚ゲレバ次ノ通リデアル.

(I)
「公準 D. ABCD ナラバ, A, B, C, D ハ相異ナル四点デアル.

公準 F. A, B, C, D ガ相異ナル四点ナルトキハコレラノ点ノ順列24個、

ABCD, ABDC, ……, DCBA ノ中ノ少クモ一ツハ *true tetrad* デアル.

公準 G. $ABCD \rightarrow BCDA$

公準 H. $ABCD \;\&\; ABDC = 0$.

公準 R. $ABCD \rightarrow DCBA$

公準 10. $ABCD.\,X \rightarrow ABCD \vee ABCX$.」

茲ニ ABCD ニハ次ノ二通リノ意味ガ存在スル.

(1) B, D ハ A, C デ分割サレル.

(2) A, C ハ B, D デ分割サレル.

Huntington - Rosinger ハコノ公準ノ建設ニ際シテ点対ノ分割ニ関スル定義ハ與ヘテヰナイ, 従ッテ組織的ナ研究トハ言ヒ難イ. 功力教授ハ, Axioms for betweeness in the foundations of geometry, Tôhoku Math. Journ. Vol 37 (1933) p. 421. ニ於テ点対ノ分割ニ関スル定義ヲ與ヘラレタ. 即チ A, B, X 及ビ Y ガ chain. K ニ於ケル「

Chain K ニ於ケル異ナル四点ナルトキ

1°) K ニ於テ X, Y ヲ結ブ任意ノ Chain K(XY) ハ A 又ハ B ノ少クモ一方ヲ含ム、

2°) X, Y ヲ結ブ Chain K(XY) ノ中デ, A 又ハ B ノ一方ノミヲ含ムモノガ存在スル

ノ二條件ガ成立スルトキ X, Y ハ K ニ於テ A, B ニヨリ分割サレルト言ヒ, $AXBY/K$ デ表ス. コノ定義ニヨレバ Chain K ガ特ニ円又ハ直線ニナルトキ, 点対ノ分割性ハ吾人ノ直観ト一致スル. 且又一般ノ図形ニ就テモ利用シ得ル如ク思ハレルカラ此ノ定義ノ下デ点対ノ分割性ニ関スル公準ヲ組織的ニ求メテ見タ.

公理α. Chain K ガ X, Y, Z ナル三点ヲ含ムトキ $K_Z(XY)$; (X, Y ヲ結ブトキ Z ヲ含ム Chain ヲ表ス) ノ少クモ一ツニ対シテ

$$K(XZ) \triangleright K(YZ) \neq 0$$

且 $K(XZ) + K(YZ) \subset K_Z(XY)$.

コノ公理α ヲ K ニ採用シテ次ノ結果ヲ得タ.

(II)
- 公準 D. 前掲ト同一.
- 公準 F. 前掲ト同一.
- 公準 K_1 $ABCD \rightarrow ADCB$.
- 公準 K_2 $ABCD \rightarrow CBAD$
- 公準 N. A, B, C, D ガ相異ナル四点ナルトキ, ソレラノ順列24個, ABCD, ABDC, DCBA ノ中ノ少クモ一ツハ *true tetrad* デハナイ.
- 公準 C. $ABCD, X \rightarrow ABCX \triangledown ABXD \triangledown AXCD \triangledown XBCD$.

コニ K_1, K_2 ハ G.R. ノ代リニ, N, C ハ夫々 H, 10 ノ代リニ採用シタモノデアル. (II) (I) カラ容易ニ導ケルガ逆ハ成立シナイ. 逆ヲ成立セシメルタメニ次ノ公理ヲ設ケ

公理(3). Chain K ハ唯一点ノミヲ含ム pieces ノ和ニ分解出来ル.

コノ公理(β)ト(3)又ハ R ノ何トカ一ヲ仮定スルト(II)カラ(I)ガ得ラレタ.

以上ノコトハ近ク詳細ガ発表セラレル予定デアル. 上ニ得ラレタ結果ヲ利用シ作ラ更ニ有名ナ Jordan ノ定理

"単一閉曲線ハ平面ヲ二部分ニ分ツ"

ガ成立スルタメノ公準群ニ就テ研究ヲ進メレバ面白イデアラウ. 寧ロソコニコノ報告ノ目的ガアルノデアル.

尚附言致シ度イノハ前掲ノ功力教授ノ論文デ成立スル定理ハ一般ニ point-sets ニ対シテ成立スルコトデアル, 即チ

定義. A, B, C ヲ point-set R ニ於ケル三ツノ point-sets トスル, 若シ A ト C ノ任意ノ点 a, c ヲ R ニ於ケル単一曲線デ結ブトキ必ズ B ト交ハルナラバ, B ハ A ヲ分ツト云ヒ, コレヲ ABC デ表ハス,

斯クスレバ定理 1, 2, 3 ハ当然成立スル. 又

公理, ABC ナル時ハ BCA, BAC ハ共ニ真ナラズ

ヲ採用スレバ定理 4, 5, 6, 7, 8, 9 及ビ 10 モ適当ナ言葉ノ置換ニヨリ成立スル.

(9. 10. 17)